



**EL SISTEMA DE
CONTABILIDAD Y
EL MODELO DE
INSUMO-PRODUCTO**



Estado Libre Asociado de Puerto Rico
Oficina del Gobernador
JUNTA DE PLANIFICACION DE PUERTO RICO

O.T.M.



EL SISTEMA DE CONTABILIDAD Y EL MODELO DE INSUMO PRODUCTO

Trasfondo histórico	1
Sistema de contabilidad de insumo-producto	3
El modelo de insumo-producto	9
El sistema de precios	15
Limitaciones del modelo de insumo-producto	16
Construcción fila y columna de una industria manufacturera de la matriz de transacciones	17
Usos del modelo de insumo-producto	21
Términos o conceptos utilizados en insumo-producto	22

JUNTA DE PLANIFICACION DE PUERTO RICO

Ing. Patria G. Custodio
Presidente

Area de Planificación Económica y Social

Dra. Wanda I. Marrero
Directora

Negociado de Análisis Social, Modelos y Proyecciones

Virginia Rivera Ruiz
Directora

COLABORADORES

Dr. Angel Ruiz

Virginia Rivera Ruiz
William Echevarría Rivera
Luz H. Olmeda
Maggie Díaz Torres

SERVICIO SECRETARIAL

Emelina Alvarez Iglesias

DISEÑO GRAFICO

José A. Fernández Salicrup

JUNIO 1991



La reproducción de materiales
de esta publicación está permitida
siempre que se mencione la fuente.



PREFACIO

Esta publicación se ha preparado con el objetivo primordial de proveer una herramienta de estudio sobre lo que constituye el Modelo de Insumo-Producto en su aspecto matemático. Esto es, se explica en qué consiste el modelo, presentándolo como un sistema de contabilidad de donde se derivan dos relaciones fundamentales en una economía: producción y gasto.

De estas dos relaciones se deriva a su vez un sistema de ecuaciones diversas que representan distintos elementos de esa producción y/o de ese gasto.

En la publicación **El Sistema de Contabilidad y el Modelo de Insumo-Producto** se discute el sistema de precios derivados de la tabla de insumo-producto, lo que constituye una de las aportaciones más valiosas de este trabajo. Se presenta además, un estado de ingresos y gastos de una firma manufacturera X con una explicación de cómo se deriva una fila y una columna de esta tabla. En forma similar, se elabora la matriz completa.

Esperamos que esta publicación sea útil a todas las personas interesadas en conocer cómo se construye una tabla de insumo-producto. Los departamentos de economía de las diferentes universidades que enseñan cursos sobre insumo-producto o relacionados, serán de los mayores beneficiarios de este documento, el cual podrían utilizar como texto de referencia.

Queremos agradecer la colaboración especial del Dr. Angel Ruiz, Consultor de la Junta de Planificación de Puerto Rico.



EL SISTEMA DE CONTABILIDAD Y EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO

A. TRASFONDO HISTÓRICO

El sistema de insumo-producto de Leontief es una adaptación de la teoría de equilibrio general neoclásica al estudio empírico de la interdependencia cuantitativa entre actividades económicas interrelacionadas¹. La técnica de insumo-producto fue originalmente desarrollada para analizar y medir las conexiones entre los varios sectores productores y consumidores dentro de una economía nacional. Así también, ha sido aplicada en el estudio de los sistemas económicos más pequeños tales como un área metropolitana, una gran empresa individualmente integrada, y por otra parte al análisis de relaciones económicas internacionales.

El origen y los planteamientos sobre el análisis interindustrial se ubican en el año 1758, cuando el economista francés Francois Quesnay publicó su "Tabla Económica" (Tableau Economique).² El economista Quesnay perteneció a la escuela de pensamiento de los fisiócratas. Su "Tabla Económica" fue una representación de cómo los gastos podían ser trazados a través de una economía en una forma sistemática. El economista Quesnay utilizó la "Tabla Económica" para describir cómo un terrateniente quien recibía una suma de dinero como renta, gastaba la mitad de esta suma en productos agrícolas y la otra mitad en productos de artesanía y así sucesivamente.³

¹ Según Bent Hansen:

"Two static general equilibrium systems have dominated modern macroeconomics, Keynes's system and Leontief's input-output system. Both systems deal in a simplified way with central problems of practical and political importance, and lend themselves to empirical applications". Bent Hansen, A Survey of General Equilibrium Systems, Mc Graw-Hill Book Co., New York (1970), Capítulo 14, página 171.

² Véase: Angel L. Ruiz, "Input-Output Analysis in Economic Theory and History", Unidad de Investigaciones Económicas, Serie de Temas Diversos de Economía Núm. 20 (octubre de 1984).

³ Para mayor detalle sobre el análisis de interdependencia de Quesnay véase las referencias siguientes: Almarin Philips, "The Tableau Economique as a Simple Model", Quarterly Journal of Economics (febrero de 1955); T. Barna, "Quesnay's Tableau in Modern Guise", The Economic Journal, (septiembre de 1975).

La evolución del análisis de interdependencia continuó para el 1874, cuando el francés León Walras publicó la primera parte ("The Theory of Exchange") de su libro Elementos de la Economía Política Pura (Elements d' Economie Politique Pure). La segunda parte, "Teoría de la Producción" fue publicada para el 1877. En su trabajo León Walras aplicó las nociones de Newton al desarrollar una teoría de equilibrio general en economía.⁴ El economista León Walras utilizó un conjunto de coeficientes de producción que relacionó las cantidades de los factores requeridos para producir una unidad de un producto particular, a niveles de producción total de este producto. El modelo de Leontief es realmente una aproximación del modelo walrasiano, con varias simplificaciones importantes para poder implantar empíricamente la teoría de equilibrio general.

Ya para finales del 1930, el profesor Wassily Leontief desarrolla en forma concreta lo que hoy en día se conoce como el análisis interindustrial.⁵ Se le denomina análisis interindustrial, también conocido como el análisis de insumo-producto, ya que su propósito fundamental estriba en estudiar la interdependencia entre industrias en una economía. En su forma básica, el modelo de insumo-producto consiste de un sistema de ecuaciones lineales, cada una de las cuales describe la distribución del producto de una industria a través de la economía. Recientemente, el formato de insumo-producto ha sido extendido para ser aplicado a varias áreas tales como flujos de productos interregionales y contabilidad para el consumo de energía, contaminación ambiental y empleo asociado con producción industrial.⁶

El modelo básico de insumo-producto está generalmente construido de datos económicos observados para una región geográfica en específico (nación, estado, país, etcétera). Por medio de éste, se muestra la actividad de un grupo de industrias que producen bienes (productos) y consumen bienes de otras industrias (insumos), durante el proceso en que cada industria lleva a cabo su propia producción. La información fundamental dentro del análisis de insumo-producto concierne a los flujos de productos de cada sector industrial, considerado tanto un productor para cada uno de los sectores, como un consumidor. Esta información básica, la cual se utiliza para desarrollar el modelo de insumo-producto, se representa en la tabla de

⁴ M. Blaug, Economic Theory in Retrospect Richard D. Irwin, Inc. Illinois (1968); J.A. Schumpeter, History of Economic Analysis, Oxford University Press, New York (1954), páginas 998-1026.

⁵ W.W. Leontief, The Structure of the American Economy, 1919-1939, Oxford University Press, New York (1941).

⁶ Para referencias sobre las diferentes aplicaciones del modelo de insumo-producto véase Angel L. Ruiz, Op. Cit., (octubre de 1984).

transacciones. En la misma, las filas describen la distribución de la producción total del productor a través de la economía. Por su parte, las columnas muestran la composición de insumos requeridos por una industria particular para llevar a cabo su producción total. Estos intercambios de bienes a nivel interindustrial se presentan en la tabla de transacciones. Además de esta última, el sistema contiene columnas adicionales, denominadas vectores de demanda final, las cuales presentan las ventas de cada sector a los consumidores finales tales como: gastos de consumo personal, inversión, gastos del gobierno y exportaciones.⁷ Las filas adicionales, llamadas valor añadido, contabilizan los pagos a los factores primarios de la producción, tales como el trabajo, el capital, los recursos naturales y el factor empresarial.

B. SISTEMA DE CONTABILIDAD DE INSUMO-PRODUCTO

La tabla de insumo-producto describe el flujo de bienes y servicios entre todos los sectores individuales de una economía nacional sobre un período de tiempo establecido. Dicha tabla posee dos funciones importantes:

- * 1. Por una parte, es un marco descriptivo que muestra las relaciones entre industrias y sectores, así como entre insumos y producción; y
- * 2. Por otra parte, dado ciertos supuestos acerca de la naturaleza de las funciones de producción y del comportamiento de las unidades económicas, es un sistema analítico que mide el impacto de disturbios autónomos sobre la producción y el ingreso de la economía.

El modelo de insumo-producto se basa en un sistema de contabilidad social ya que contabiliza las transacciones intermedias entre las unidades productivas. Los componentes principales del Producto Nacional Bruto (PNB) pueden obtenerse de una tabla de insumo-producto. El segmento de demanda final de la tabla divide los bienes y servicios finales en consumo, inversión, gastos públicos y exportaciones. Las filas del valor añadido de la tabla de insumo-producto consisten de las partidas de pago a los factores de producción tales como: compensación a empleados, ganancias, intereses y partidas de reconciliación. Las cuentas de insumo-producto se concentran en las transacciones interindustriales que están detrás de los cambios en la demanda final. Este sistema de cuentas tiene importancia en la formulación de modelos económicos. El formato de las mismas divide la estructura económica en dos sectores: endógeno (la matriz intersectorial) y exógeno (la demanda final). La diferencia entre los elementos

⁷ Angel L. Ruiz, "A Note on the Relation Between Input-Output and Income and Product Accounting Systems". Unidad de Investigaciones Económicas, Serie de Ensayos y Monografías, Núm. 36 (febrero de 1984).

El Sistema De Contabilidad y El Modelo de Insumo Producto

exógenos y endógenos estriba en la división que existe en insumo-producto de la producción, ya que la misma se divide en dos categorías: intermedia y final. Así también, los insumos (factores de producción) se dividen en producidos y primarios. El análisis interindustrial se ocupa de las relaciones intersectoriales que surgen de la producción, por lo que la función principal de las cuentas de insumo-producto es investigar el curso de las corrientes de bienes y servicios, en su paso de uno a otro sector de la producción.⁸

En el sistema de contabilidad de insumo-producto cada sector aparece contabilizado dos veces. Primero, como suplidor o creador de producción suple insumos intermedios de otros sectores industriales cuya demanda es considerada como demanda intermedia. Segundo, el productor suple parte de su producción para uso de los consumidores finales. La demanda de estos últimos es lo que se conoce como demanda final. Los demandantes del producto final se dividen en consumidores, inversionistas, gobierno y el sector de comercio exterior. En modelos dinámicos de insumo-producto la inversión en maquinaria y equipo, construcción e inventarios se considera endógena y por lo tanto no forma parte de la demanda final. Como usuarios, las distintas industrias necesitan de insumos intermedios e insumos primarios para llevar a cabo su producción. Por lo tanto, estas industrias demandan insumos intermedios que son suplidos por ella misma y por otras industrias, así como por los suplidores de servicios primarios considerados como los factores tradicionales de la producción como capital, recurso natural, mano de obra y el empresario.

Estas relaciones se pueden expresar en forma algebraica y numérica para representar el sistema de insumo-producto. De la contabilidad de insumo-producto se derivan dos relaciones fundamentales, estas son:

1. **Producción = Demanda Intermedia + Demanda Final**
2. **Gasto Total = Insumos Intermedios + Valor Añadido**

⁸ Hollis B. Chenery y Paul G. Clark, Economía Interindustrial, Insumo Producto y Programación Lineal, Fondo de Cultura Económica, México (1963) página 26. El análisis de contabilidad de insumo-producto en las próximas páginas se basa en el Capítulo 2 de este libro.

En términos algebraicos, estas dos relaciones se expresan como:

$$\begin{array}{l}
 X_1 = X_{11} + X_{12} + X_{13} + \dots + X_{1j} + \dots + X_{1n} + F_1 \\
 X_2 = X_{21} + X_{22} + X_{23} + \dots + X_{2j} + \dots + X_{2n} + F_2 \\
 \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \\
 3. \quad X_i = X_{i1} + X_{i2} + X_{i3} + \dots + X_{ij} + \dots + X_{in} + F_i \\
 \cdot \quad \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \\
 X_n = X_{n1} + X_{n2} + X_{n3} + \dots + X_{nj} + \dots + X_{nn} + F_n
 \end{array}$$

donde

X_i es la producción, siendo (i) siempre el i-ésimo sector productor (i=1,2,3, ...,n);

X_{ij} es la cantidad de insumos intermedios que supe la i-ésima industria a cada sector industrial en la j-ésima columna. El índice (j) siempre se usa para representar el sector consumidor, y

F_i es la demanda final que supe el i-ésimo sector.

En una sola ecuación, el sistema estará dado por:

$$4. \quad X_i = \sum_{j=1}^n X_{ij} + F_i$$

donde

X_i es la producción, siendo (i) siempre el i-ésimo sector productor (i=1,2,3, ..., n);

* $\sum_{j=1}^n$ significa que se debe sumar las columnas desde la una a la enésima para cada i-ésimo sector industrial.

* F_i es la demanda final

La ecuación que representa el gasto total o sea, las compras de insumos intermedios más el valor añadido, se ilustra a continuación:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= X_{11} + X_{21} + X_{31} + \dots + X_{i1} + \dots + X_{n1} + V_1 \\
 X_2 &= X_{12} + X_{22} + X_{32} + \dots + X_{i2} + \dots + X_{n2} + V_2 \\
 X_3 &= X_{13} + X_{23} + X_{33} + \dots + X_{i3} + \dots + X_{n3} + V_3 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 5. \quad X_j &= X_{1j} + X_{2j} + X_{3j} + \dots + X_{ij} + \dots + X_{nj} + V_j \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 X_n &= X_{1n} + X_{2n} + X_{3n} + \dots + X_{in} + \dots + X_{nn} + V_n
 \end{aligned}$$

donde

X_j es el gasto total ($j=1,2,3,\dots, n$);

X_{ij} son los insumos intermedios que necesita la industria de la columna (j) de cada industria en las filas (i), ($i, j=1,2,3,\dots,n$); y

V_j es el valor añadido para cada industria compradora.

En una sola ecuación, el Sistema 5 será:

$$6. \quad X = \sum_{i=1}^n X_{ij} + V_j \quad (j=1,2,3,\dots, n)$$

donde

$\sum_{i=1}^n$ es la sumatoria desde la primera hasta la enésima fila

Estas dos relaciones presentadas son la base fundamental del sistema de contabilidad de insumo-producto.

Partiendo de las relaciones descritas se puede demostrar la relación contabilística que existe entre la contabilidad de insumo-producto y la cuenta social agregada de ingreso-gasto. Leyendo la matriz por columnas obtenemos la primera relación fundamental pero esta vez para la economía en su totalidad,

$$7. \quad \sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} + \sum_{i=1}^n F_i - \sum_{i=1}^n M_i$$

donde

$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n$ significa doble sumatoria, o sea una orden para sumar las filas primero y luego las columnas de la matriz de transacciones intermedias,

$\sum_{i=1}^n F_i$ es la demanda final para la economía en su totalidad (excluyendo importaciones);
y

$\sum_{i=1}^n M_i$ son las importaciones (intermedias más finales).

Si ahora se procede a derivar la ecuación por fila obtenemos,

$$8. \sum_{j=1}^n X_j = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n X_{ij} + \sum_{j=1}^n V_j$$

donde las variables tienen los significados que antes se explicaron por industria pero ahora los valores son para la economía total.

Como por definición el gasto total,

$$\sum_{j=1}^n X_j$$

es igual a la producción total,

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

las ecuaciones son iguales entre sí. Combinando la Ecuación 8 con la Ecuación 7 y eliminando las transacciones intermedias, obtenemos la ecuación básica del sistema de cuentas sociales agregado, o sea la demanda final menos importaciones es igual al valor agregado, en forma algebraica:

$$9. \quad \sum_{i=1}^n F_i - \sum_{i=1}^n M_i = \sum_{j=1}^n V_j$$

donde F o demanda final es igual a la suma de los gastos de consumo personal (C), inversión bruta (I), consumo del gobierno (G) y exportaciones (X). El lado derecho de la Ecuación 9 es el valor añadido o pago a los factores de producción.

C. EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO

La formalización de un modelo sobre la base de un sistema de contabilidad requiere la formulación de ciertos supuestos de comportamiento. El modelo de insumo-producto se fundamenta en tres supuestos de gran importancia⁹. Estos supuestos son:

* 1. Identidad de la industria y el producto

Esto indica que cada industria produce solo un producto característico de la misma y no otro producto.

* 2. Homogeneidad del producto

Bajo este supuesto se establece que cada producto es uniforme.

⁹ Para mayor detalle sobre estos supuestos véase: J. Bates, M. Bacharach y Richard Stone, Input-Output Relationships 1954-1966, A programme for growth, Núm. 3, Department of Applied Economics, Cambridge University England (1963) publicado en Estados Unidos.

* 3. Coeficientes fijos

Este supuesto establece que en cualquier período de tiempo cada insumo es requerido en una relación fija o proporción fija a la producción a la cual éste contribuye. A esta relación se le considera independiente del nivel de producción. Este planteamiento lo que demuestra es que los coeficientes son fijos solamente en relación a la escala de producción y no implica que no cambien a través del tiempo¹⁰

El modelo de insumo-producto está basado en datos para un país (nación o región) los cuales son flujos de los productos de cada uno de los sectores (como productor) a cada uno de los sectores (como comprador). A esto se le conoce como los flujos interindustriales (o flujos intersectoriales) los cuales son medidos para un período de tiempo particular. Estos datos son usualmente para un año y en términos monetarios. A esto se le denomina la matriz de transacciones. La tabla o matriz de transacciones lo que muestra son los intercambios de bienes entre los sectores, o sea las compras y ventas de bienes físicos.

Los coeficientes técnicos se pueden derivar de la matriz de transacciones para todos los sectores expresados, como una matriz de coeficientes técnicos o coeficientes directos. La matriz de coeficientes técnicos, segunda matriz fundamental del sistema de insumo-producto, muestra la cantidad de insumos requeridos de cada industria para producir el valor de un dólar de producto de cualquier industria dada. En una matriz con industrias suplioras en las filas e industrias compradoras en las columnas la matriz de coeficientes técnicos muestra cuánto necesita cada industria de la columna de la producción de las industrias en las hileras (o filas) para poder producir el valor de un dólar de su producto. Esta matriz es una de requisitos directos por dólar de producción. Al dividir las compras que realiza cada sector por su producción correspondiente se obtiene un coeficiente técnico de insumo-producto el cual expresa la cantidad de insumos que un sector de producción necesita de otro sector para elaborar una unidad de producción bruta. En forma algebraica sería:

"The case in which the production coefficients would remain constant in the face of variations in the physical quantities produced would clearly correspond to the case in which the technical processes of production yield neither increasing nor decreasing returns to scale". Luigi Pasinetti, Op. Cit. (1977), página 252.

¹⁰ Según Pasinetti

10. $\frac{X_{ij}}{X_j} = A_{ij} \text{ (i,j = 1,2,3, ... , n)}$

donde

X_{ij} son las compras del sector j al sector i (insumo intermedio);

X_j es la producción del sector j; y

A_{ij} es el coeficiente técnico de insumo-producto.

Este procedimiento se realiza para todos los sectores de la matriz logrando la matriz de coeficientes técnicos, o sea:

$$\begin{matrix} X_{11}/X_1 = A_{11} & X_{12}/X_2 = A_{12} & X_{13}/X_3 = A_{13} & \dots & X_{1n}/X_n = A_{1n} \\ X_{21}/X_1 = A_{21} & X_{22}/X_2 = A_{22} & X_{23}/X_3 = A_{23} & \dots & X_{2n}/X_n = A_{2n} \end{matrix}$$

11.
$$\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{n1}/X_1 = A_{n1} & X_{n2}/X_2 = A_{n2} & X_{n3}/X_3 = A_{n3} & \dots & X_{nn}/X_n = A_{nn} \end{matrix}$$

Así que,

12.
$$A = \begin{matrix} & A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1n} \\ & A_{21} & A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2n} \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \dots & A_{nn} \end{matrix}$$

En los sistemas económicos no planificados el qué producir y para quién producir lo determinan los consumidores con su demanda por bienes y servicios. De esta forma, la producción va a depender en última instancia de la demanda de los consumidores. Una vez se inicia el proceso productivo, parte de la producción se vende a otros sectores industriales y parte

al consumidor final. Esta última es la demanda final y constituye la parte exógena del sistema de insumo-producto. Esta se puede representar en forma algebraica para cada una de las industrias, o sea:

$$\begin{array}{r}
 13. \quad X_1 - X_{11} - X_{12} - X_{13} - X_{14} \dots - X_{1n} = F_1 \\
 \quad X_2 - X_{21} - X_{22} - X_{23} - X_{24} \dots - X_{2n} = F_2 \\
 \quad \cdot \\
 \quad \cdot \\
 \quad \cdot \\
 \quad X_n - X_{n1} - X_{n2} - X_{n3} - X_{n4} \dots - X_{nn} = F_n
 \end{array}$$

Partiendo del sistema de Ecuaciones II, pero leyendo por columnas se obtiene el sistema siguiente (para dos columnas de la matriz):

$$\begin{array}{r}
 14. \quad X_{11} = A_{11} X_1 \\
 \quad X_{12} = A_{12} X_2 \\
 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \quad X_{1n} = A_{1n} X_n
 \end{array}$$

Aplicando las relaciones obtenidas de la Ecuación 13 y 14 se obtiene:

$$\begin{array}{r}
 15. \quad (X_1 - A_{11}X_1) - A_{12}X_2 - A_{13}X_3 \quad A_{1n}X_n \dots = F_1 \\
 \quad -A_{21}X_1 + (X_2 - A_{22}X_2) - A_{23}X_3 \quad A_{2n}X_n \dots = F_2 \\
 \quad -A_{31}X_1 - A_{32}X_2 + (X_3 - A_{33}X_3) \quad A_{3n}X_n \dots = F_3 \\
 \quad \cdot \\
 \quad \cdot \\
 \quad -A_{n1}X_1 - A_{n2}X_2 - A_{n3}X_3 \dots (X_n - A_{nn}X_n) = F_n
 \end{array}$$

El sistema de Ecuaciones 15 posee las siguientes características:

1. Los elementos en las diagonales de las n ecuaciones poseen un denominador común;
2. La demanda final ha sido aislada al lado derecho del sistema; y
3. Las demandas intermedias se han definido como el coeficiente técnico multiplicado por la producción de cada sector.

Haciendo uso de las reglas de álgebra simple para aislar variables en sistemas de ecuaciones simultáneas obtenemos el siguiente sistema derivado del Sistema 15:

$$\begin{array}{r}
 1 - A_{11} - A_{12} - A_{13} \dots - A_{1n} \\
 - A_{21} (1 - A_{22}) - A_{23} \dots - A_{2n} \\
 - A_{31} - A_{32} (1 - A_{33}) \dots - A_{3n} \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 - A_{n1} - A_{n2} - A_{n3} \dots (1 - A_{nn})
 \end{array}$$

16.

El Sistema 15 puede ser representado por la siguiente ecuación matricial:

$$17. \quad X - AX = F$$

Dado que la diagonal del Sistema 16 se compone de unos, entonces hacemos uso de la matriz de identidad y representamos el sistema 16 como sigue:

$$18. \quad (I - A)X = F$$

Esta ecuación es equivalente a la Ecuación 15, donde

I es la matriz de diagonal unitaria;

A es la matriz de coeficientes técnicos, a_{ij} ;

X es la producción total; y

F es la demanda final.

Para solucionar el sistema representado en la Ecuación 18 hay que buscar la inversa de la matriz $(I-A)$ la cual se denomina la Matriz Inversa de Leontief. Esta matriz tendrá inversa si el determinante de la matriz original no es cero. La Matriz Inversa de Leontief representada por $(I-A)^{-1}$ se conoce como Matriz de Requisitos Directos e Indirectos. Hay una diferencia fundamental entre la matriz de requisitos directos y la de directos más indirectos. En la matriz de requisitos directos cada elemento representa el valor de un bien que necesita una industria para la producción de una unidad de su propia producción. En la matriz de requisitos directos e indirectos cada elemento representa el valor o cantidad que se necesita en el sistema económico en su totalidad para así poder hacer disponible eventualmente una unidad de producción a los consumidores finales. La solución del sistema está dado por:

$$19. \quad X = (I-A)^{-1} F$$

y al multiplicar la inversa por la demanda final se obtiene el nivel de producción necesario para satisfacer esta demanda final. A través de esto se hace posible analizar el impacto total sobre cualquier cambio que se experimente en la demanda final.

La Ecuación 19 presenta la solución al modelo simple y estático de Leontief. Si se parte de que todos los componentes de la demanda final son exógenos, o predeterminados, al modelo se le conoce como modelo abierto. Ahora, si parte de la demanda final, digamos el consumo personal, se incluye dentro de la matriz interindustrial el modelo se cierra parcialmente. En este caso el consumo deja de ser una variable exógena, o predeterminada, para convertirse en una variable a ser determinada por la solución al modelo (o variable endógena). Si la mayoría de los componentes de la demanda final son incluidos dentro de la matriz interindustrial como sectores endógenos el modelo se convierte en un modelo cerrado de Leontief.

D. EL SISTEMA DE PRECIOS

La teoría de insumo-producto parte de un cuadro estadístico donde todos los elementos son medidos en unidades físicas, lo cual requiere que cada industria produzca sólo un bien o servicio y que los insumos primarios sean homogéneos. El sistema abierto de insumo-producto expresado enteramente en unidades físicas es realmente un sistema tecnocrático, más bien que un sistema económico. Ni la tabla física de insumo-producto ni el modelo de insumo-producto trata explícitamente con los precios y aparentemente nada tiene que ver con la determinación de precio. Sin embargo, este no es el caso. El sistema, de hecho, determina un conjunto de precios de equilibrio o más bien , precios relativos de equilibrio.¹¹

La relación entre precios y valor añadido o ingreso generado es análoga a la relación entre F y X discutida anteriormente. Entonces, considerando la columna i-ésima de la matriz de coeficientes A si se multiplica esta columna por los precios por unidad (dados exógenamente) de los bienes correspondientes se obtiene una columna dando el valor de cada insumo usado para producir una unidad del bien j-ésimo. Sumando como un conjunto todos los bienes, se obtiene el costo material por unidad de producción de j. La diferencia entre el valor de una unidad de j y el costo por unidad de j, da el valor añadido bruto por unidad de j. Entonces, dados los precios se puede calcular el valor añadido por unidad de producción total, de cada industria con la ayuda de la matriz de coeficientes A. Si se tiene el valor añadido como dato se puede invertir el problema y obtener los precios. En términos de matrices, la ecuación de valor añadido y precios será:

$$20. \quad V = P(I-A)$$

$$21. \quad P = V(I-A)^{-1}$$

donde V es el valor añadido bruto por unidad en la i-ésima industria.

El valor añadido total o ingreso generado en una industria dada puede ser dividido en los componentes de salarios y ganancias. De modo que la ecuación de precios (Ecuación 22) puede ser expresada como:

¹¹ Angel L. Ruiz, "The Input-Output Model", Serie de Ensayos y Monografías, Núm. 40 Unidad de Investigaciones Económicas (octubre de 1984). Véase también al respecto a Bent Hansen, Op.Cit. (1970), páginas 176-179.

$$22. \quad P = (W + g) (I-A)^{-1}$$

donde

W y g son los vectores de salarios por unidad de producción total en cada industria y ganancias de producción total en cada industria, respectivamente. Estos componentes, W y g, se refieren a los salarios y ganancias totales por unidad de producción total de la industria y no a las tasas de salarios y de ganancia, respectivamente.

Hasta aquí se ha explicado someramente el modelo estático de Leontief el cual constituye la base fundamental para la estimación de la "productividad del sistema", tema que forma la aportación principal de este trabajo. Sin embargo, antes de proseguir a explicar la metodología y el modelo que se ha usado en las pruebas empíricas se debe hacer referencia a algunas limitaciones del modelo estático de Leontief.

E. LIMITACIONES DEL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO

Según Luigi Pasinetti,¹² las limitaciones del modelo de insumo-producto se basan principalmente en el supuesto de coeficientes técnicos los cuales se suponen son constantes. En la práctica los cambios en los coeficientes técnicos pueden surgir de dos fuentes bastante diferentes. La primera es el hecho de que los rendimientos de escala pueden ser crecientes o decrecientes. Esto implica que los coeficientes técnicos no son independientes de la escala de producción. El que el sistema de Leontief pueda o no ser útil, al menos como una aproximación, dependerá del grado de no linealidad del proceso de producción. Según este autor: "Una relación lineal es después de todo una buena aproximación de cualquier función proveyendo que las variaciones alrededor del punto bajo consideración son pequeñas".... Esto último, es matemáticamente un resultado analítico derivado de la expansión de la serie Taylor."

La segunda fuente de las variaciones de los coeficientes técnicos lo es el progreso técnico. Este es un problema más difícil de analizar. El progreso técnico actúa sobre los varios coeficientes bastante automáticamente, a veces independientemente de la escala de producción y otras en conjunto con ésta. El factor importante al respecto lo es el tiempo en el corto plazo. Los cambios en el conocimiento técnico pueden ser normalmente omitidos, pero cuando los períodos de algunos años son considerados, los cambios tecnológicos pueden ser altamente relevantes. En este último caso, no es razonable confiar en las conclusiones de un modelo en el

¹² Luigi Pasinetti, *Op. Cit.* (1977), páginas 69-70.

cual se ha asumido que la matriz de coeficientes técnicos se mantiene constante, especialmente cuando usamos la misma con variables exógenas de reciente estimación. Otros autores señalan otras causas para cambios en los coeficientes técnicos como lo son: cambios en los precios relativos de los insumos, cambios en la composición de los sectores industriales (“product mix”) y los cambios en la proporción de insumos importados a insumos comprados localmente.¹³

F. CONSTRUCCIÓN FILA Y COLUMNA DE UNA INDUSTRIA MANUFACTURERA EN LA MATRIZ DE TRANSACCIONES

A continuación vamos a explicar cómo se elabora una matriz de insumo producto partiendo de un estado de ingresos y gastos para una firma de manufactura. Todas las partidas que componen ese estado están integradas de una u otra forma en la matriz, haciendo de la misma un sistema balanceado. Para la empresa (X) llevar a cabo su producción necesita comprar los insumos intermedios que requiere elaborar su producto, tanto materiales como servicios. A la vez incurre en pagos a los factores de producción, como lo son los sueldos, suplementos, intereses, etc. La producción de una industria, la pueden adquirir otras industrias, la consumen las personas o el gobierno, se puede invertir o se exporta. A modo de ejemplo se va a trabajar una fila y una columna de una industria manufacturera. Similarmente, se preparan todas las demás industrias hasta completar las 93 en que se desglosa la matriz aparte de la demanda final. En el ejemplo, cada partida ya está debidamente codificada por producto según la clasificación usada en insumo- producto. Para propósitos de ilustración no se incluyó la partida de importaciones.

Partiendo de los datos del informe de ingresos y gastos, hay varias formas de estimar la producción, que es el control principal de la matriz.

1. Producción es igual a las ventas de la firma más (+) o menos (-) el cambio en inventario de productos terminados.

¹³ Los autores que discuten algunas de las limitaciones del modelo de insumo-producto generalmente la discuten en el ámbito del porqué cambian los coeficientes de insumo-producto. Véase por ejemplo: Ronald E. Miller y Peter D. Blair, Input-Output Analysis Foundations and Extensions, Prentice Hall Inc. New Jersey (1985) Capítulo 8; Anne P. Carter, Structural Change in the American Economy, Harvard University Press (1980) Capítulo 1 y los artículos siguientes en A Brody y A.P. Carter (editores), Input-Output Techniques, Proceedings of the Fifth International Conference Input-Output Coeficients”; y (2) Reiner Staglin y H. Wessels, “Intertemporal Analysis of Structural Change in the German Economy”.

FIRMA MANUFACTURERA X

ESTADO DE INGRESOS Y GASTOS

Ingresos:		\$25,150
Ventas:		\$25,000
Maquinaria (locales y exportación)	20,000	
Industrias (inversión)	10,000	
Personas (consumo personal)	3,000	
Exportación (resto del mundo)	7,000	
Piezas	5,000	
Industrias (consumo intermedio)	400	
Personas (consumo personal)	600	
Exportación (resto del mundo)	4,000	
Otros ingresos:		150
*V.A. Interés recibido	100	
V.A. Subsidios	50	
Costo de Ventas:		-\$3,200
+ Inventario I (productos terminados)		\$ 4,000
<u>36000</u> Compras de materiales (importados y locales)		2,700
		6,700
- Inventario II (productos terminados)		4,500
		2,200
V.A. Salarios y jomales directos		1,000
Ganancia bruta:		21,950
Gastos administrativos:		-9,550
V.A. Sueldos y jomales		\$ 4,000
V.A. Seguro social, etc.		500
<u>48100</u> Teléfono		100
<u>49100</u> Luz		600
<u>49400</u> Agua		100
<u>26000</u> Materiales de oficina (papel)		450
V.A. Intereses pagados		300
V.A. Donativos		50
V.A. Cuentas incobrables (de personas)		200
V.A. Contribuciones sobre propiedad		250
V.A. Licencias vehículos de motor		100
V.A. Depreciación		400
<u>81400</u> Contabilidad		300
<u>81100</u> Legales		150
V.A. Seguros de vida		450
<u>63200</u> Seguros de automóviles y otros		500
<u>73200</u> Renta de equipo		100
<u>65100</u> Renta de edificios		1,000
Ganancia neta:		12,400

* V.A. = Valor añadido

Ventas \$25,000

Cambio en inventario:

+ Inventario II 4,500

- Inventario I 4,000

Producción \$25,500

2. Producción es igual a la demanda o consumo intermedio más la demanda final compuesta por la inversión, el consumo personal, el consumo del gobierno y el resto del mundo. El cambio en inventario es parte de la inversión al igual que la exportación del resto del mundo.

Demanda intermedia:

Piezas \$ 400

Demanda final:

Consumo personal en maquinaria 3,000

Consumo personal en piezas 600

Inversión:

Inversión en maquinaria y equipo 10,000

Cambio en inventario 500

Resto del mundo:

Exportación de maquinaria 7,000

Exportación de piezas 4,000

Producción \$25,500

3. Producción es igual al total de la demanda o consumo intermedio más el valor añadido. El valor añadido comprende los sueldos, suplementos, interés neto (pagado-recibido), ganancia y partidas de reconciliación (donativos, cuentas incobrables, contribuciones,

depreciación y otras).

Demanda intermedia:

Código de la Industria	Descripción	Valor
26000	Papel y productos relacionados	\$450
36000	Maquinaria eléctrica	2,700
48100	Teléfono, telégrafo y cable	100
49100	Servicios de electricidad	600
49200	Servicios de gas y salubridad	100
63200	Otros seguros	500
65100	Bienes raíces (renta edificio)	1,000
73200	Servicios comerciales (renta de equipo)	100
81400	Servicios de contabilidad y auditoría	300
81100	Servicios legales	<u>150</u>
Total		6,000
Valor Añadido		<u>+19,500</u>
Producción		\$ 25,500

4. Producción es igual al Ingreso Neto más las partidas de reconciliación más el consumo intermedio.

Ingreso neto:

Ganancia neta	\$ 12,400
Salarios	1,000
Sueldos y jornales	4,000
Suplementos (seguro social, seguro vida, etc.)	950
Interés neto (pagado-recibido)	<u>200</u>
Total	\$ 18,550

El Sistema De Contabilidad y El Modelo de Insumo Producto

Partidas de reconciliación:

Donativos	50	
Cuentas incobrables	200	
Depreciación	400	
Contribución sobre propiedad	250	
Licencias	100	
Subsidios	<u>(50)</u>	<u>950</u>

Valor añadido o Producto bruto interno 19,500

Consumo intermedio 6,000

Producción \$25,500

A continuación se presenta cómo quedaría finalmente en una matriz de transacciones, la columna y la fila correspondiente a la Industria Manufacturera X.

Columna

Esta sería la columna de la industria manufacturera X en la matriz de transacciones de insumo producto:

Código de la Industria	Descripción	Manufacturera X
26000	Papel y productos relacionados	450
36000	Maquinaria eléctrica	2,700
48100	Teléfono, telégrafo y cable	100
49100	Servicios de electricidad	600
49200	Servicios de gas y salubridad	100
63200	Otros seguros	500
65100	Bienes raíces	1,000
73200	Servicios comerciales	100
81100	Servicios legales	150
81400	Servicios de contabilidad y auditoría	<u>300</u>
Total demanda intermedia		6,000
Valor añadido		<u>19,500</u>
Producción		\$25,500

Fila

La fila de la industria Manufacturera X sería como sigue:

Industria	Total Demanda Intermedia	Consumo + Personal	Inversión +	Resto del Mundo	Producción =
Manufacturera X	400	3,600	10,500	11,000	25,500

En la tabla 1 que se presenta más adelante, aparece la matriz de insumo- producto de 1981-82 resumida en cinco sectores.

De esta tabla, se deriva la de coeficientes directos que se obtiene dividiendo cada partida de la columna entre su producción (tabla 2).

G. USOS DEL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO

1. Análisis de impactos o multiplicadores
2. Matrices ocupacionales y de capital
3. Medición de eslabonamientos interindustriales
4. Estudios sobre productividad por industria y ocupación
5. Modelos de precios
6. Análisis de cambio estructural
7. Proyecciones de empleo, producción, uso de capital, energía y otras
8. Análisis de costos
9. Estudios sobre distribución de ingresos
10. Estudios sobre sustitución de importaciones
11. Eslabonamientos con otras economías
12. Otros

TABLA 1
MATRIZ LOCAL DE TRANSACCIONES
 (Agrupada en Cinco Sectores)
 1981-82
 (Millones de dólares)

INDUSTRIA	DEMANDA INTERMEDIA							DEMANDA FINAL					
	Agricultura	Construcción y Minería	Manufactura	Servicios	Gobierno	Total	Consumo de Personas	Inversión	Gastos del Gobierno	Exportación	Total	Menos Importación	Producción Local
Agricultura	13.8	2.7	373.1	9.8	8.4	407.8	274.6	16.8	---	30.4	321.8	162.3	567.3
Construcción y Minería	1.5	5.2	65.3	253.7	11.2	336.9	---	1236.4	---	22.3	1258.7	---	1595.0
Manufactura	98.4	464.6	3003.0	947.3	301.1	4814.4	5381.0	260.5	---	11259.4	16900.9	3426.3	18289.0
Servicios	31.4	270.2	2248.6	3316.9	521.4	6388.5	7441.4	226.8	---	872.1	8540.3	666.5	14262.3
Gobierno	0.2	1.4	8.9	103.5	4.3	118.3	223.3	---	2775.8	---	2999.1	---	3117.4
Total Demanda Intermedia Local	145.3	744.1	5698.9	4631.2	846.4	12065.9							
Importaciones	34.2	399.8	6259.7	973.3	30.9	7697.9						7697.9	
Valor Añadido	387.8	451.7	6330.4	8657.8	2240.1	18067.8							
Producción Local	567.3	1595.6	18289.0	14262.3	3117.4	37831.6							37831.6
							13320.3	1740.5	2775.8	12184.2	30020.8	11953.0	
													18067.8

**TABLA 2
REQUISITOS DIRECTOS DEMANDA INTERMEDIA
1981-82**

Industria	Agricultura	Construcción y Minería	Manufactura	Servicios	Gobierno
Agricultura	.024326	.001692	.020400	.000687	.002695
Construcción y Minería	.002644	.003259	.003570	.017788	.003593
Manufactura	.173453	.291176	.164197	.066420	.096587
Servicios	.055350	.169341	.122948	.232564	.167255
Gobierno	.000353	.000877	.000487	.007257	.001379
Total demanda intermedia local	.256125	.466345	.311603	.324716	.271508
Importaciones	.060286	.250564	.342266	.068243	.009912
Valor añadido	.683589	.283091	.346132	.607041	.718580
Total producción	<u>1.000000</u>	<u>1.000000</u>	<u>1.000000</u>	<u>1.000000</u>	<u>1.000000</u>

Fuente: Junta de Planificación, Negociado de Análisis Social, Modelos y Proyecciones.

H- TÉRMINOS O CONCEPTOS UTILIZADOS EN INSUMO- PRODUCTO

1. **Producción** – es la suma de los gastos más la ganancia en que incurre una industria en la elaboración o producción de una mercadería o servicio en un año dado. Es la suma de las ventas o ingresos más o menos el cambio en inventario de productos terminados. Es igual al total del consumo intermedio más el valor añadido - también equivale a la demanda o consumo intermedio más la demanda final.
2. **Matriz** – conjunto de números algebraicos colocados en líneas horizontales y verticales y dispuestos en forma de rectángulo.
3. **Insumos** – todos los costos directos e indirectos que requiere una industria para llevar a cabo su producción. Incluye el valor añadido más el consumo intermedio.
4. **Insumo producto** – representa un sistema de contabilidad económica basado en el balanceo del abastecimiento y el uso de la producción económica, el cual permite medir en detalle los efectos en cada una de las industrias a través de las interrelaciones industriales. Es un sistema donde se presenta la producción de todas las industrias y su distribución además de los costos que se incurren para llevar a cabo esa producción.
5. **Valor añadido o agregado** – son los cargos contra la producción de artículos y servicios, los cuales incluyen la compensación a empleados, las ganancias de las empresas, el interés neto pagado, el consumo de capital (depreciación, etc.) las contribuciones indirectas, los pagos de transferencias de las empresas y los subsidios que se restan al calcular el total.
6. **Consumo intermedio** – son las compras de mercaderías y servicios que forman parte de los costos de producción de una industria.
7. **Demanda final o Producto bruto** – es una medida de valor en el mercado de los bienes producidos en la economía. Incluye los gastos de consumo de las personas y del gobierno, la inversión interna bruta de capital y las exportaciones netas de bienes y servicios.

REFERENCIAS

Barna, T. Quesnay's Tableau in Modern Guise, The Economic Journal, septiembre de 1975.

Bates, J. M. Bacharach y Richard Stone. Input-Output Relationships 1954-1966. A programme for Growth, núm. 3, Department of Applied Economics, Cambridge University England (1963) publicado en Estados Unidos por M.I.T. Press.

Blaug, M. Economic Theory in Restrospect, Richard D. Irwin, Inc., Illinois (1968).

Brody, A. y A. P. Carter (editores). Input-Output Techniques, Proceedings of the Fifth International Conference in Input-Output Coefficients.

Carter, A. P.. Structural Change in the American Economy, Harvard University Press, 1970.

Chenery, Hollis B. y Paul G. Clark. Economía Interindustrial, Insumo-Producto y Programación Lineal, Fondo de Cultura Económica, México (1963).

Hansen, Bent. A Survey of General Equilibrium Systems, Mc Graw-Hill Book Co., New York 1970, Capítulo 14, página 171.

Leontief, Wassily. The Structure of the American Economy 1919-1939, Oxford University Press, New York, 1941.

Miller, Ronald E. y Peter D. Blair. Input-Output Analysis Foundations and Extensions, Prentice Hall Inc. New Jersey (1985).

Phillips, Almarin. The Tableau Economique as a Simple Model, Quarterly Journal of Economics, febrero de 1955.

Ruiz, Angel L. A Note on the relation Between Input-Output and Income and Product Accounting Systems, Unidad de Investigaciones Económicas, Serie de Ensayos y Monografías, Núm. 36 (febrero de 1984).

_____ Input-Output Analysis in Economic Theory and History, Unidad de Investigaciones Económicas, Serie de Temas Diversos de Economía, núm. 20 (octubre de 1984).

_____ The Input-Output Model, Serie de Ensayos y Monografías, núm. 40, Unidad de Investigaciones Económicas, octubre de 1984.

Schumpeter, J. A.. History of Economic Analysis, Oxford University Press, New York, 1954.